

Esame di maturità 2007
Tesina

Teoria dei Giochi

Individualismo e cooperazione

"I don't believe in luck. But I believe in assigning value to things"
(J.Nash)

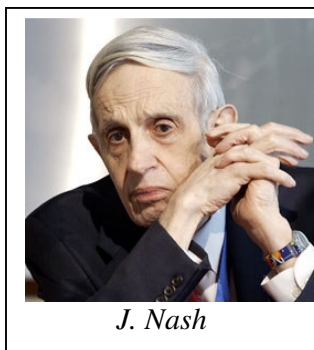


Guandalini Giulio
V F – Liceo Scientifico "A.Volta"

1. Introduzione generale e cenni storici

A partire dalla Rivoluzione Scientifica di Galileo, l'umanità ha sempre cercato di razionalizzare ed applicare un metodo scientifico ad ogni aspetto del mondo e dell'esistenza. A partire dalla fisica degli aspetti più comuni, fino ai fenomeni macroscopici dell'universo e microscopici delle particelle, dalla sociologia alla psicanalisi sono state espresse leggi matematiche e relazioni scientifiche che legano le varie esperienze. Coerentemente con questa incessante ricerca, verso la metà del XX secolo si è sentita la necessità di inserire in una schematizzazione scientifica anche i fenomeni di conflitto, dove per conflitto si può intendere qualsiasi situazione in cui un numero imprecisato di individui razionali si trovano in condizioni di perdere o guadagnare qualcosa in relazione alle proprie scelte operative e a quelle degli altri individui. Esempi di competizioni spaziano dai semplici giochi di società (scacchi, dama, ...) alle complesse strategie economiche e militari. La teoria che cerca di fornire dei metodi per la schematizzazione, la comprensione e la risoluzione di questi conflitti è la "teoria dei giochi".

La "teoria dei giochi" non ha una data di nascita ufficiale, in quanto fino a tempi molto recenti è stata considerata una branca relativamente poco importante della matematica applicata. Il primo approccio assiomatico ad una situazione di conflitto risale al 1913, anno in cui il Teorema di Ernst Zermelo (in seguito assunto come postulato) elenca secondo un procedimento prettamente logico-matematico i possibili esiti di una partita a scacchi: vittoria, sconfitta o stallo. L'ovvietà della conclusione non pregiudica l'importanza di questo passo, in quanto è la dimostrazione della possibilità di trattare scientificamente situazioni di questo genere. Un passo avanti si ha col Teorema del MiniMax di John von Neumann nel 1928, successivamente ripreso nella prima opera che presenta una trattazione completa di giochi, loro soluzioni ed applicazioni: "The Theory of Games and Economic Behavior" di J. von Neumann e Oskar Morgenstern scritta nel 1944. Nel 1951 John Nash, membro della RAND Corporation, pubblica i propri risultati circa un equilibrio nei giochi non cooperativi, poi ribattezzato Equilibrio di Nash, che nel 1994 gli frutterà il Nobel per l'economia insieme a John Harsanyi e Reinhard Selten che negli anni successivi perfezionarono il suo lavoro.



Questi punti fondamentali segnano le origini della teoria che ancora oggi è in fase di studio e di sviluppo, per quanto si siano fatti grandi passi avanti e si sia giunti alla definizione di un gran numero di schemi risolutivi di giochi più o meno complessi.

Sorge spontaneo porsi delle domande circa l'utilità di una disciplina di questo genere. In fondo i conflitti e i fenomeni sociali ad essi legati sono sempre stati studiati da un punto di vista empirico tramite la filosofia, l'economia, la politica, la storiografia, ...; che vantaggio se ne trae aggiungendo una trattazione matematica? Indubbiamente il metodo matematico consente il raggiungimento di risultati con un notevole grado di certezza, prima impensabile nelle trattazioni di filosofi ed economisti, mentre la semplificazione dei fenomeni sociali consente la creazione di modelli applicabili anche in condizioni apparentemente molto diverse; questa stessa semplificazione è però anche il punto debole della teoria che non è ancora in grado di assimilare completamente la complessità delle situazioni reali, lasciando ancora un forte margine all'intervento umano nella soluzione di un gioco.

Nella trattazione successiva si terranno in considerazione per motivi di praticità e maggior facilità di comprensione le versioni semplificate dei giochi.

2. Elementi fondamentali di Teoria dei Giochi

2.1. Definizioni

In primo luogo ritengo opportuno definire chiaramente alcuni punti chiave della terminologia e dei metodi della Teoria dei Giochi.

La Teoria dei Giochi è la scienza matematica che analizza alcune situazioni di conflitto e ne ricerca soluzioni (cooperative o non cooperative) attraverso modelli in cui le decisioni di un soggetto influiscono sui risultati conseguibili dal soggetto stesso e dagli altri soggetti.

Per **gioco** si intende l'insieme costituito da tutti i giocatori, dalle loro strategie e dai possibili payoff (cioè guadagni nell'applicare una determinata strategia in relazione alle scelte degli altri) e il numero delle volte in cui si gioca; matematicamente:

$$G = \{N, S, \Pi, n\}$$

in cui N è l'insieme dei giocatori, S l'insieme delle strategie, Π è l'insieme dei payoff, n il numero delle volte in cui il gioco viene ripetuto. Ciò definisce in modo univoco un gioco, differenziandolo da ogni altro e creando una situazione ben precisa. E' facile comprendere la complessità di un gioco che comprenda numerosi giocatori, ciascuno in grado di scegliere all'interno di un esteso insieme di strategie che possono dare un gran numero di diverse combinazioni di payoff, ripetuto inoltre più volte, come può essere il gioco costituito da un intervento militare in un paese straniero ad esempio.

I **payoff**, si è già detto sono gli utili ricavati da ciascun giocatore in relazione alle scelte della partita. La realizzazione pratica più immediata che viene alla mente di questo concetto è nel denaro: in un gioco di tipo economico si ha un guadagno in denaro o una perdita a seconda dell'evolversi della situazione. Ma la teoria dei giochi preferisce lasciare gli utili in una forma indefinita. Infatti anche in un gioco prettamente economico, un giocatore pur perdendo denaro può guadagnare in immagine, oppure nonostante un guadagno apparente momentaneo, si può avere una perdita di capacità produttive o altro. Per non parlare di altri giochi: con che metro si quantifica il guadagno di una mossa a scacchi o della conquista di una posizione strategica in guerra? Non certo col denaro che dunque risulta essere un'unità insufficiente. La misura dell'utilità resta dunque astratta e solo a gioco risolto può essere riconvertita in termini materiali.

Dunque per ogni gioco viene definita una funzione:

$$u : S \rightarrow V$$

che lega ogni gruppo di strategie ai relativi valori, in funzione del tempo. Uno stesso gruppo di strategie può infatti dare esiti diversi a seconda delle condizioni in cui si gioca, nonché a seconda della ripetizione del gioco a cui si è giunti. Qui si nota l'importanza nella definizione di gioco del numero di volte per cui esso viene ripetuto. L'utile può anche assumere valori negativi.

Ad esempio in un gioco a due giocatori che possono ciascuno scegliere fra due diverse strategie, la funzione u può essere rappresentata in questo modo:

		Giocatore 2	
		Strategia 1	Strategia 2
Giocatore 1	Strategia A	-100, 100	30, 50
	Strategia B	80, 10	100, -100

dove ciascuna coppia di valori indica nell'ordine il guadagno per il giocatore 1 e per il giocatore 2.

Le **strategie** sono le possibili scelte che ogni giocatore può compiere, individuando il risultato di quella determinata scelta in base alle attese sulle probabilità di scelta degli avversari e al valore

dei payoff. Una strategia è dunque un piano completo e contingente che specifica come il giocatore debba comportarsi in ogni possibile circostanza in cui potrebbe essere chiamato a decidere. Il valore di una strategia viene calcolato secondo la seguente relazione:

$$S_i = \sum_{j=1}^{sn} \Pi_j P_j$$

in cui S_i rappresenta il valore della strategia i (nell'esempio precedente, della strategia A o B), j la strategia dell'avversario, Π_j il payoff nel caso che l'avversario scelga la strategia j e P_j la probabilità che ciò avvenga. Ciò mette in evidenza come la probabilità che l'avversario faccia una determinata scelta influenza consistentemente il valore di una strategia.

Talvolta l'esito delle azioni è soggetto a qualche forma di incertezza che si risolve solo in seguito alla nostra scelta, senza lasciarci modo di modificare il nostro comportamento. Questa situazione viene chiamata **lotteria** e viene risolta associando alla relativa strategia una funzione di utilità che tenga conto dell'incertezza, dando un valore perfino alla fortuna,

$$u = p \cdot u(C_1) + (1 - p) \cdot u(C_2)$$

dove C_1 e C_2 rappresentano i due possibili esiti della lotteria con probabilità p e $1-p$. Tali strategie sono dette strategie *miste*, mentre le strategie che hanno un esito ben determinato sono dette *pure*.

2.2. Classificazione dei giochi

Nel corso dello studio dei differenti giochi in base alla struttura del gioco stesso, o al modello necessario a rappresentare il conflitto, oppure alla soluzione che esso presenta, si è arrivati a classificare i giochi attraverso diversi criteri. Tali criteri non si escludono a vicenda, ma esprimono caratteristiche presenti nel gioco. I giochi possono dunque essere:

- Cooperativi o non cooperativi
- A somma zero o a somma variabile
- Simultanei o sequenziali
- Non ripetuti o ripetuti
- Con giocatori razionali o meno
- A informazione completa o incompleta
- Finito o infinito

Un gioco è cooperativo quando è possibile una soluzione in cui i giocatori possano accordarsi per la scelta di determinate strategie in modo tale da ottenere ciascuno più di quanto guadagnerebbe non accordandosi con l'avversario. Tipici giochi cooperativi sono quelli legati alle interazioni umane (società, economia, strategie militari,...), mentre un esempio di gioco non cooperativo sono gli scacchi o la dama.

Un gioco è a somma zero quando ciò che è guadagnato da un giocatore è automaticamente perso dall'avversario e viceversa; cioè quando la somma degli utili in campo è costante per ogni combinazione di strategie. Una tipica situazione di questo tipo si ha nel momento in cui è in palio un premio che si può dividere o meno, ma di consistenza fissa.

La simultaneità o sequenzialità riguarda lo svolgersi del gioco, simultaneo se ogni giocatore è chiamato a fare le proprie scelte in contemporanea all'avversario, sequenziale se invece la propria mossa segue quella dell'altro giocatore.

Un gioco è ripetuto se giocato più di una volta con le stesse regole, per quanto i payoff possano però variare a seconda delle condizioni che di volta in volta si vengono a creare.

Riguardo ai giocatori razionali si rimanda al paragrafo 3.1 (*Postulato di razionalità*); è meglio però specificare che in presenza di giocatori irrazionali non è possibile giungere a soluzioni affidabili, dunque questi giochi non fanno parte della Teoria.

L'informazione è completa quando ogni giocatore in ogni momento del gioco è a conoscenza della situazione e delle strategie giocate fino a quel punto da sé e dall'avversario, potendo così studiare le possibili azioni proprie e reazioni avversarie a partire da un punto certo. L'informazione incompleta è invece propria di quei giochi in cui non si conosce la situazione di gioco, oppure non

si può risalire alle strategie giocate dall'avversario. Le interazioni militari sono normalmente a informazione incompleta, più difficili da trattare, ma allo scopo di renderle giochi a informazione completa ogni stato si è sempre munito di servizi d'informazione e spionaggio il più efficienti possibile. Interessante applicazione teorica dei giochi a informazione incompleta sono gli scacchi invisibili, in cui ogni giocatore muove senza conoscere la posizione dei pezzi avversari sulla scacchiera, con la mediazione di un arbitro.

Un gioco si può ritenere finito quando giocato da un numero finito di giocatori per un tempo determinato. Giochi infiniti sono quelli che studiano l'evolversi della società o delle scelte sul mercato di un'azienda, senza dunque avere un limite temporale, e considerando talvolta l'evoluzione dell'insieme dei giocatori, cioè l'abbandono o l'ingresso di qualche giocatore.

2.3. Rappresentazione dei giochi

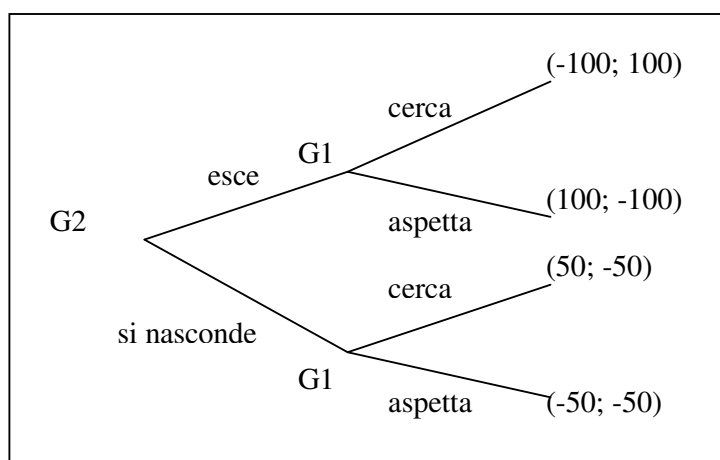
Per lo studio dei modelli e della risoluzione di un gioco è necessario rappresentare le possibili azioni dei giocatori con i relativi payoff, in modo da rendere visibile l'evoluzione della partita.

Le rappresentazioni proposte dalla Teoria sono due:

- **Forma normale**, in cui viene rappresentata una tabella con le strategie e i relativi payoff. Viene usata soprattutto in giochi non ripetuti e simultanei, con un numero di giocatori piccolo.

		G1	
		Cercare	Aspettare
G2	Nascondersi	50, -50	-50, -50
	Uscire	-100, 100	100, -100

- **Forma estesa**, è una rappresentazione ad albero in cui ogni nodo rappresenta la scelta di un giocatore che conduce a diverse possibili scelte successive degli altri giocatori. Viene normalmente usata in giochi sequenziali o ripetuti.



3. I postulati della Teoria

La teoria per poter essere costruita necessita dell'introduzione di alcune ipotesi a priori, che pur allontanandola per certi versi dalla realtà, consentono una trattazione che elimina del tutto le approssimazioni e fornisca una rigore matematica.

3.1. Postulato di razionalità

Il primo postulato che viene introdotto è il postulato di razionalità individuale. Ciascuno dei giocatori agisce in modo tale da massimizzare il proprio guadagno, scegliendo la strategia che lo porta a ricevere il più possibile. Inoltre ogni giocatore è portato a comportarsi in modo tale che $u(S_i) \geq 0$, cioè deve scegliere la strategia che gli fornisce un utile positivo o nullo, senza perdere nulla di ciò che aveva all'inizio.

Questo postulato presuppone che in mancanza di strategie che rendano realistico un utile non negativo, un giocatore si rifiuti di giocare e forzi il disaccordo.

Questo postulato apparentemente ovvio, non trova sempre riscontro nella realtà dei fatti, dove talvolta un soggetto è portato a scegliere strategie controproducenti per motivi affettivi, per scarsa intraprendenza, pigrizia o per mancanza di capacità; tali motivazioni sono prettamente soggettive e difficilmente inquadrabili in un modello matematico, per quanto valutazioni ristrette nei singoli casi possano permettere di tenerne conto nella risoluzione di un gioco, rendendole condizioni immutabili che a loro volta costituiscono un payoff e dunque facendole rientrare in un meccanismo razionale.

3.2. Postulati di simmetria ed invarianza

Questi postulati sono di carattere prettamente matematico e sono necessari ad assicurare la validità di alcuni teoremi e l'esistenza di determinate soluzioni. Sono fondamentalmente:

- **Simmetria:** il gioco è invariante rispetto a permutazioni degli agenti, cioè scambiando fra loro gli agenti, essi agirebbero nello stesso modo in cui avrebbe agito l'avversario prima dello scambio.
- **Invarianza rispetto alle contrazioni:** se una soluzione a è ritenuta accettabile in un gioco che ammette N come insieme delle opzioni dei giocatori, preso un gioco che ammette come opzioni un sottoinsieme Q di N , tale che la soluzione a appartenga anche a tale sottoinsieme, essa sarà accettabile per il secondo gioco.
- **Invarianza rispetto alle trasformazioni di scala:** è possibile rappresentare le funzioni utilità dei giocatori in modi diversi applicando trasformazioni di scala diverse, cioè riducendo il valore dei payoff ad una scala unica diversa da quella di partenza. Il postulato obbliga a scegliere una trasformazione che non modifichi le controimmagini delle funzioni utilità in relazione alla posizione delle immagini.

3.3. Postulato di Zermelo

Il postulato di Zermelo è stato introdotto dall'omonimo matematico e costituisce il primo tentativo di rendere assiomatico un gioco. Esso prevede solo tre esiti per una partita a scacchi: vittoria, sconfitta, stallo. Apparentemente ovvio, nella sua forma generale garantisce soluzione ad ogni gioco: esiste sempre un'utilità per ogni giocatore corrispondente ad un determinato insieme di strategie e tale utile sarà maggiore, minore o uguale a quello dell'avversario. Non esiste un gioco per cui non sia possibile associare ad una strategia un valore. Il fatto che poi tale gioco sia giocabile o meno (*vedi Postulato di razionalità*) dipende dalle caratteristiche di tale utile.

4. I teoremi fondamentali

4.1. Teorema del minimax

Formulato da J. von Neumann nel 1928.

Ipotesi: gioco a somma zero, strategie pure o miste

Enunciato: Ogni gioco finito a somma costante possiede almeno un punto di equilibrio di minimax in strategie pure o miste.

Un punto di equilibrio di minimax è una combinazione di strategie tali che ciascun giocatore selezioni la strategia che fornisce il più alto dei valori minimi, mentre l'avversario è portato a scegliere la minima perdita fra quelle massime per ogni strategia.

Considerando due soli giocatori:

$$\max_{x \in \min(S_1)} \min_{y \in \max(S_2)} u_1 = \min_{y \in \max(S_2)} \max_{x \in \min(S_1)} p_2$$

cioè il primo giocatore per ogni strategia possibile x sceglie il payoff minimo e tra i payoff così selezionati sceglie quello maggiore, mentre il secondo giocatore calcola per ogni strategia y la perdita maggiore e fra queste sceglie la perdita minore.

Possiamo considerare come esempio un gioco a somma zero, di valore totale pari a 15, avente la seguente come tabella delle strategie e dei pay-off:

		G1	
		Strategia 1	Strategia 2
G2	Strategia A	7, -7 (-8, 8)	5, -5 (-10, 10)
	Strategia B	10, -10 (-5, 5)	0, 0 (-15, 15)

I minimi guadagni per il giocatore 1 sono 7 per la strategia 1 e 0 per la strategia 2, tra essi il maggiore è 7. E' facile controllare che per il giocatore 2 la massima perdita per la strategia A è 7 e per la strategia B è 10; tra le due la minima è 7. Dunque il massimo guadagno per uno coincide con la minor perdita per l'altro, nessuno dei due avrà interesse a spostarsi da tale combinazione di strategie, poiché ridurrebbe il proprio guadagno o aumenterebbe la propria perdita. Posto il valore del gioco a 15, si può analizzare la questione dal punto di vista complementare, cioè dal guadagno del giocatore 2 legato a una perdita per il giocatore 1. In questo caso, riportato fra parentesi, si avrebbe come massimo dei minimi guadagni 8 corrispondente alla strategia A di G2, mentre come minimo delle massime perdite ancora 8 corrispondente alla strategia 1 di G1, cioè la stessa combinazione di strategie del punto di vista opposto.

Il limite di questo teorema consiste nel fatto di poter essere applicato esclusivamente a giochi a somma zero, ma per questo tipo di giochi fornisce equilibri certi e soluzioni razionalmente inappellabili.

4.2. Ottimo paretano

Concetto introdotto da Vilfredo Pareto nel 1896.

Una combinazione di strategie è detta **ottimo paretano** se non esiste nessuna combinazione strategica diversa da quella considerata tale che in essa il payoff di ciascun giocatore risulti maggiore o uguale a quello della strategia iniziale.

Nessun giocatore può dunque aumentare il proprio payoff senza ridurre quello di un avversario. Una combinazione di strategie di questo tipo assicura che non vi siano sprechi di risorse.

L'ottimo paretano rappresenta la soluzione migliore dal punto di vista collettivo, ma non è detto che lo rappresenti sempre dal punto di vista individuale.

4.3. Teorema di Nash

Formulato da John Forbes Nash Jr. nel 1949.

Ipotesi: gioco non cooperativo, strategie pure o miste.

Enunciato: *Ogni gioco finito che ammetta strategie miste ammette almeno un equilibrio di Nash.*

Un equilibrio di Nash è una combinazione di strategie tali che ciascun giocatore non abbia alcun interesse a modificare la propria strategia individuale mentre gli altri mantengono inalterate le proprie. Sostanzialmente è una condizione in cui un giocatore che cambi la propria strategia può solo rimetterci, senza possibilità di guadagno:

$$u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$$

in cui u_i è l'utilità attesa dal giocatore i , s_i è la strategia giocata dal giocatore i , e le strategie s^* sono quelle previste dall'equilibrio di Nash.

Se gli agenti sono razionali e la combinazione di strategie non corrisponde ad un equilibrio di Nash, almeno un giocatore avrà interesse a modificare la propria strategia.

Gli equilibri di Nash possono corrispondere (*vedi Corteggiamento [5.2]*) o meno (*vedi Dilemma del prigioniero [5.1]*) ad Ottimi di Pareto; questo secondo caso si presenta ogni volta che la razionalità individuale e quella collettiva non coincidono.

Questo teorema assicura l'esistenza di soluzioni possibili a ciascun gioco, ma non impone che tali soluzioni siano poi accettabili dal punto di vista razionale. E' sempre presente l'alternativa: "meglio non giocare".

5. Esempi di giochi

5.1. Dilemma del prigioniero

Questo è il più celebre gioco della Teoria, e ne riassume i caratteri fondamentali. La versione più conosciuta è stata proposta da Albert Tucker nel 1950, ma esso risalirebbe al "Leviatano" di Thomas Hobbes (1651). Quest'ultimo ipotizza infatti che le società umane siano alleanze rese necessarie dal contenimento di uno stato di natura, fondato da un lato sull'aggressione contro tutti, dall'altro sulla paura di tutti di essere aggrediti. Il contratto sociale cambia le regole del gioco consentendo il passaggio da questa condizione, tipica del *Dilemma del Prigioniero*, in cui si ha il potere di fare violenza al prossimo per il proprio interesse e contemporaneamente la paura di subirla a propria volta, al gioco della *Caccia al cervo* [5.3], in cui le uniche soluzioni possibili risultano essere come si vedrà in seguito la collaborazione di tutti o di nessuno, dunque l'anarchia o l'ordine totale. La formulazione di Tucker è diversa, ma contiene lo stesso principio: due complici sospetti di un crimine sono arrestati e interrogati separatamente, a ciascuno viene detto che se denuncerà l'altro riceverà una taglia e sarà liberato, mentre il complice riceverà il massimo della pena; se però entrambi si denunciano a vicenda riceveranno una pena ridotta, al contrario se nessuno dei due denuncia l'altro, saranno liberi entrambi. Ovviamente il massimo interesse è denunciare (cioè non collaborare) mentre l'altro mantiene il silenzio (collabora), in modo da ricevere la libertà e la taglia ($u=3$); in seconda posizione si trova il collaborare entrambi nel silenzio, ottenendo la libertà senza taglia ($u=2$). Peggiori sono i casi in cui entrambi si denunciano ($u=1$) e in cui l'altro denuncia e il primo sta zitto ($u=0$).

In termini di payoff:

		Secondo complice	
		Silenzio	Denuncia
Primo complice	Silenzio	2,2	0,3
	Denuncia	3,0	1,1

Applicando il teorema di Nash:

- per il complice 1: nella prima e nella seconda colonna è vantaggioso scegliere la denuncia ($3 > 2/1 > 0$)

- per il complice 2: nella prima e nella seconda riga è vantaggioso scegliere la denuncia ($3 > 2/1 > 0$)

Questo gioco di carattere in realtà molto pratico, come sottolineato in seguito, mette in luce alcuni aspetti fondamentali della Teoria:

- l'unico comportamento razionale messo in luce dall'equilibrio di Nash, cioè il denunciarsi a vicenda, non è un Ottimo Parietano, in quanto entrambi i giocatori possono migliorare la loro posizione con la scelta di altre strategie. Vi è dunque un conflitto tra razionalità ed interesse, da cui scaturisce il dilemma;
- la simmetria del gioco consente di stabilire la non cooperazione propria come strategia dominante per tutti i giocatori, ma contemporaneamente è strategia dominante anche la collaborazione dell'altro: il fatto che io faccia il "male" dell'altro mi conviene sempre, il fatto che l'altro faccia il "bene" mi conviene egualmente; questo fatto non è così scontato come può sembrare; ad esempio nel gioco delle *Rivelazioni* [5.4], il fatto che Dio scelga di rivelarsi (quindi scelga il "bene" dell'uomo dal proprio punto di vista), non implica necessariamente un guadagno per l'uomo.
- i giochi iterati risultano diversi da quelli giocati una sola volta. Il dilemma del prigioniero giocato una sola volta fornisce i risultati prima analizzati. Se però il gioco viene ripetuto e in ciascuna ripetizione i due complici sono consapevoli delle scelte fatte in precedenza da sé e dall'altro (il gioco è ad informazione completa), considerando come payoff la somma dei payoff di ciascuna giocata, divengono equilibri di Nash, oltre alla non collaborazione di entrambi, anche la collaborazione reciproca, poiché effetto del cosiddetto *pan per focaccia (tit-for-tat)*. Ciascuno dei giocatori si comporta come ha fatto il complice nella partita precedente: se lo ha tradito ora tradirà anche lui, se ha collaborato, ora collaborerà anche lui. E' possibile dimostrare che nessun giocatore ha interesse in seguito a una mossa di collaborazione a cui l'altro ha risposto con la collaborazione, ad essere il primo a non collaborare. Dunque una volta innescato un meccanismo di collaborazione nessuno ha interesse ad allontanarsene; si giunge così nel gioco iterato ad un secondo equilibrio di Nash, che è anche Ottimo di Pareto, in quanto massimizza il guadagno. Il risultato è un gioco diverso da quello semplice. Tale considerazione può però essere fuorviante in quanto è possibile dimostrare che nel tempo la collaborazione non è il meccanismo che rende stabile l'evoluzione del gioco che prima o poi tornerà all'equilibrio di non cooperazione.

Questo gioco rappresenta i casi reali in cui non si aiuta il prossimo temendo che esso non aiuterà noi, o quelli in cui non si compie l'azione ritenuta giusta temendo che anche gli altri non la compiranno: situazioni in cui nessuno dei contendenti è disposto a fare il primo passo per il benessere comune (disarmo, negoziati di pace, ...) e situazioni in cui i comportamenti provocherebbero un benessere solo se fossero generalizzati (non evadere le tasse, votare in un certo modo, ...). Considerando l'esempio dell'evasione fiscale, il Ministero delle Finanze ha calcolato che se fosse possibile recuperare anche solo l'evasione fiscale del 1991, per 5 anni non sarebbe necessaria una legge finanziaria, e se il recupero fosse permanente le tasse potrebbero essere abbassate di un buon 30%. Il guadagno sarebbe generale, ma poiché l'unico equilibrio per ogni giocatore è la non collaborazione, questa situazione secondo la teoria resta utopistica.

5.2. Corteggiamento

Questo gioco è rimasto celebre in seguito ad una scena del film "A beautiful mind", biografia di J. Nash. In esso è particolarmente importante sottolineare la differenza profonda che si viene a creare tra interesse personale, interesse collettivo, utile personale e utile del gruppo, e le soluzioni che la Teoria dei giochi associa a queste prospettive.

L'ambiente è un bar; cinque amici fra cui un conoscitore della Teoria dei giochi (Nash stesso nella pellicola) si stanno divertendo insieme quando entrano cinque ragazze di cui una bionda particolarmente affascinante e quattro more invece che si presentano nella media. Gli amici di Nash subito decidono di corteggiare le ragazze trovandosi davanti ad un dilemma: conviene provare con

la bionda o con una mora? Per ciascuno il maggior interesse è avere la bionda a disposizione per sé senza intromissioni da parte dei compagni, le more sono una seconda scelta; il peggiore dei casi è restare soli.

Il problema ammette diverse soluzioni e ciascuna di quelle in cui ogni ragazzo corteggia una ragazza diversa è sia un Ottimo di Pareto (qualsiasi ragazza gli sia toccata, non ce ne sono altre libere nel bar, dunque l'unica alternativa sarebbe la solitudine, che non è mai preferibile) sia un Equilibrio di Nash (per lo stesso motivo precedente, tentare di essere l'unico a cambiare ragazza porterebbe come risultato la solitudine).

Diverso è il caso in cui diversi ragazzi corteggiassero la stessa ragazza. Se un ragazzo iniziasse a corteggiare la bionda, un altro volendo per sé l'utile massimo, si unirebbe al compagno. Ma a questo punto più di uno corteggerebbe la bionda e questa sentendosi al centro dell'attenzione cercherebbe di mantenersi vicini tutti gli uomini massimizzando così il proprio guadagno e facendosi bella agli occhi delle amiche; se rendendosi conto della situazione qualche ragazzo spostasse la sua attenzione su una delle more, questa sentendosi una seconda scelta rifiuterebbe. Si avrebbe che in questo modo nessuno ha avuto successo con una ragazza; è la situazione meno auspicabile. Nash dimostra questa visione, e giunge alla conclusione che l'unica soluzione che sia un Ottimo di Pareto è che ciascuno degli amici corteggi una mora, avendo così la certezza di riuscire e massimizzando così il proprio guadagno e quello del gruppo. Ciò che Nash lascia sottinteso è che in questo modo al termine del corteggiamento, resta disponibile la bionda che può così essere corteggiata da lui stesso; in questo modo colui che ha una capacità superiore (è stato capace di dimostrare ai compagni che il loro interesse non era nel provarci tutti con la bionda) ottiene alla fine il guadagno massimo, e nessuno dei compagni ha interesse a tentare di modificare la situazione, perché è vero che potrebbe corteggiare la bionda con Nash, ma in tal caso otterrebbe sì di non far avere il massimo utile a Nash, ma perderebbe anche il proprio per le considerazioni precedenti; la razionalità gli impone di non diminuire il proprio utile.

Questo dimostra come in una situazione analoga, il fatto che ciascuno tenti di massimizzare il proprio utile porta il gruppo a non ottenere nulla; l'interesse del gruppo sarà allora quello di cercare il meglio possibile per ciascuno e per il gruppo giungendo così ad un equilibrio, nel quale però colui che ha maggiori capacità riuscirà comunque a fare il proprio interesse.

Quest'ultimo concetto è stato analizzato e ripreso dai vincitori del Nobel di Nash, Selten e Harsanyi, i quali hanno introdotto condizioni più restrittive di quelle di Nash agli equilibri ed hanno considerato anche le minacce e la credibilità di esse nel gioco. Ad esempio nel gioco precedente se i giocatori si alzassero dal tavolo per andare dalle ragazze in successione, il secondo potrebbe minacciare il primo di andare a intromettersi se lui ci provasse con la bionda. E' necessario allora studiare gli effetti di questa minaccia e le considerazioni dei due. Tale studio introdotto da Selten è detto **perfezione nei sottogiochi** e scarta gli equilibri di Nash che non superano il "test di credibilità". Harsanyi ha invece introdotto condizioni nel caso in cui non sia possibile conoscere esattamente la preferenza dei giocatori, ha introdotto cioè **livelli di incertezza**. Ad esempio qualche giocatore potrebbe preferire la mora alla bionda di sua spontanea volontà. Questi ed altri contributi dei due matematici hanno permesso di formulare delle tecniche matematiche per ogni gioco selezionano l'unico equilibrio reale fra tutti quelli possibili.

5.3. Caccia al cervo

Questo gioco prende il nome di caccia al cervo a causa di un passo tratto dal "*Discorso sull'origine della disuguaglianza fra gli uomini*" di Jean Jacques Rousseau (1755). In esso il filosofo sostiene che le società umane siano evoluzioni delle temporanee alleanze rese necessarie dalla caccia di grandi animali, sui quali un individuo isolato non avrebbe potuto avere la meglio.

Il gioco prende in considerazione una scena di caccia al cervo in cui uno dei cacciatori vede improvvisamente una lepre e si trova davanti alla possibilità di lasciare il gruppo per cacciare la lepre, di fronte alla considerazione che un cervo è meglio di una lepre, ma una lepre è meglio di

niente. Il resto del gruppo si troverebbe così svantaggiato; inoltre il cacciatore considera che un altro cacciatore potrebbe abbandonare la ricerca del cervo, causando così uno svantaggio a lui.

Ipotizzando la forma più semplice, cioè dove il numero di giocatori è due, si presentano quattro scenari:

- entrambi i cacciatori collaborano alla ricerca del cervo ($u=3$, una parte di cervo è meglio di molte lepri)
- il primo cacciatore abbandona il cervo per la lepre e non collabora ($u=2$, cacciando in solitudine lepri se ne cattureranno molte)
- il primo cacciatore segue il cervo, ma l'altro non collabora ($u=0$, è inefficace cacciare il cervo da soli)
- entrambi i cacciatori seguono le lepri e non collaborano ($u=1$, dovendo cacciare tutti insieme solo lepri, queste saranno poche per ciascuno)

In termini di payoff:

		Cacciatore 2	
		Cervo	Lepre
Cacciatore 1	Cervo	3,3	0,2
	Lepre	2,0	1,1

Applicando il teorema di Nash:

- per il cacciatore 1: nella prima colonna è vantaggioso scegliere il cervo ($3 > 2$), nella seconda la lepre ($1 > 0$)
- per il cacciatore 2: nella prima riga è conveniente scegliere il cervo ($3 > 2$), nella seconda la lepre ($1 > 0$)

Si possono allora trovare due equilibri possibili, corrispondenti alle situazioni di collaborazione o non collaborazione di entrambi (cervo-cervo, lepre-lepre). Il primo caso oltre ad essere un equilibrio è anche un Ottimo di Pareto, poiché non vi è altra combinazione di strategie che aumenti ulteriormente i guadagni, ma non è dominante rispetto al rischio di essere lasciati dall'altro. Il secondo caso non è un Ottimo di Pareto, cioè non fornisce il massimo guadagno possibile, però è dominante rispetto al rischio: se l'altro decide di cambiare strategia il primo non ci rimette nulla.

Entrambi i comportamenti sono in questo caso razionali. La scelta del massimo guadagno risiede solamente nella fiducia che nutriamo nel fatto che il prossimo collabori con noi.

Questo gioco risulta essere un gioco simmetrico in se stesso: questo fatto assicura l'esistenza di un equilibrio di Nash in strategie pure, cioè il comportamento razionale di entrambi i giocatori è necessariamente lo stesso.

Esempi reali di tale gioco si hanno ogni qual volta che si aiuta il prossimo sperando che egli aiuterà noi, o quando si ritiene di fare l'azione giusta sperando che anche gli altri la faranno: casi tipici sono la disobbedienza civile, la non collaborazione ad atti immorali, la ribellione al potere in condizioni politiche mature, ... L'idea stessa di stato così come è concepita nel mondo moderno si fonda su questa concezione.

5.4. Rivelazioni

Questo gioco risulta essere molto interessante in quanto mostra come la Teoria possa essere applicata ai campi più disparati: la seguente analisi interessa infatti il campo religioso e si ispira al problema della fede nelle religioni rivelate. I giocatori sono allora da una parte Dio (supponendone l'esistenza) che deve scegliere se rivelarsi o meno, e dall'altra l'uomo che può credere o meno.

Prende spunto da alcune posizioni:

- Dio preferisce che l'uomo creda senza rivelazione ("Beati coloro che non hanno visto, ed hanno creduto", Vangelo secondo Giovanni, XX, 29), o se necessario con la rivelazione ("Se non vedete segni e prodigi voi non credete", Vangelo secondo Giovanni, IV, 48); se l'uomo non vuole credere è meglio che lo faccia senza rivelazione, perché in caso contrario si avrebbe

la perdita massima (“chi pur avendo visto non crederà, sarà condannato”, Vangelo secondo Marco, XVI, 16).

- L'uomo invece si trova nelle condizioni migliori se Dio si rivela e lui crede, in quelle peggiori se Dio si rivela e lui non crede; nel caso Dio non si riveli entrambe le scelte sono razionali: si può preferire non credere (“Non ci credo se non ci metto il dito”, San Tommaso, Vangelo secondo Giovanni, XX, 25) o credere (“Si rischia di più a non credere se Dio c'è che a credere se non c'è”, Blaise Pascal, Pensieri, 164).

L'esistenza di queste ultime due possibilità consente di definire due diverse tabelle dei guadagni a seconda del punto di vista (Tommaso o Pascal). Consideriamo in primo luogo l'ottica di Tommaso (in essa vale più il non credere che il credere senza rivelazione):

		Uomo (Tommaso)	
		Crede	Non crede
Dio	Rivela	2,3	0,0
	Si nasconde	3,1	1,2

Applicando il teorema di Nash, si possono cercare gli equilibri:

- per Dio: sia nella prima colonna che nella seconda è vantaggioso nascondersi ($3 > 2/1 > 0$)
- per l'uomo: nella prima riga è conveniente credere ($3 > 0$), nella seconda non credere ($2 > 1$) seguendo così l'ottica preferita da Tommaso

L'unico equilibrio è allora dato da un Dio che non si rivela e da un uomo che segue allora la sua preferenza individuale.

Consideriamo ora il punto di vista di Pascal (è vantaggioso credere piuttosto che non credere in mancanza di una rivelazione):

		Uomo (Pascal)	
		Crede	Non crede
Dio	Rivela	2,3	0,0
	Si nasconde	3,2	1,1

Applicando il teorema di Nash, si possono cercare gli equilibri:

- per Dio: sia nella prima colonna che nella seconda è vantaggioso nascondersi ($3 > 2/1 > 0$)
- per l'uomo: nella prima riga è conveniente credere ($3 > 0$), nella seconda ancora è conveniente credere ($2 > 1$) coerentemente con la scelta fatta

Di nuovo l'unico equilibrio è allora dato da un Dio che non si rivela e da un uomo che segue allora la sua preferenza individuale. In entrambi i casi la soluzione razionale risulta la stessa.

Questo gioco ha carattere puramente speculativo, ma mette in mostra alcuni caratteri rilevanti della Teoria dei giochi:

- la sua applicazione non è limitata, ma si può estendere ad ogni caso in cui si possa dare un valore alle scelte;
- anche giochi in cui apparentemente i giocatori hanno interessi diversi (gioco non simmetrico) possono essere razionalmente risolti e composti con una soluzione razionale;
- non sempre la soluzione razionale è quella messa in pratica nella realtà: Dio, nella supposizione che esista, si è rivelato, nonostante la razionalità indichi il contrario; bisogna dunque sempre considerare anche in giochi più pratici dei fattori come l'amore disinteressato, l'altruismo, ... in grado di influenzare il comportamento reale dei soggetti;
- talvolta si presentano più possibili scelte razionali di associazione dei payoff alle strategie: in tal caso è necessario sviluppare giochi diversi per ciascun caso, poiché è unico l'insieme dei payoff associato ad un gioco.

5.5. Falchi e colombe

Questo gioco sottolinea l'importanza delle convenzioni nella contrattazione in cui due contendenti debbano spartirsi qualcosa, ad esempio un territorio. La situazione infatti ipotizza due giocatori che si contendono un territorio (ad esempio il mercato di una qualche merce in una città) e che possono scegliere se comportarsi da falchi o da colombe, cioè se essere bellicosi ed aggressivi o pacifici e remissivi. Il guadagno massimo si ottiene assumendo un comportamento aggressivo mentre l'altro si mantiene pacifico; un utile minore si ha nel caso in cui mantenendo entrambi un comportamento da colomba, ci si spartisca pacificamente il territorio. Comportamento parzialmente svantaggioso è il ritirarsi senza combattere, cioè essere colomba davanti ad un falco, poiché non si ha alcun guadagno, ma si mantengono intatte le energie che possono essere investite su altri fronti. Il peggiore dei casi è lo scontro fra due falchi, poiché essi possono arrivare o meno a spartirsi il territorio, ma questa situazione non sarà mai stabile a causa della natura aggressiva dei due; inoltre nello scontro i due resteranno "feriti", perderanno cioè nello scontro delle risorse che non potranno più essere recuperate, senza assicurazioni di ottenere un guadagno successivo poiché la presenza dell'altro non viene eliminata; se il contendente viene eliminato si ottiene la stessa situazione del caso di guadagno massimo con un payoff reale però uguale a $-2+4=2$, cioè lo stesso ottenibile collaborando da subito.

In termini di payoff:

		Imprenditore 2	
		Falco	Colomba
Imprenditore 1	Falco	-2,-2	4,0
	Colomba	0,4	2,2

Applicando il teorema di Nash, si possono cercare gli equilibri:

- per il primo imprenditore: nella prima colonna è vantaggioso essere colomba ($0 > -2$), nella seconda colonna è meglio essere falco ($4 > 2$)
- per il secondo imprenditore: nella prima riga è conveniente essere colomba ($0 > -2$), nella seconda conviene essere falchi ($4 > 2$)

L'esistenza di due equilibri corrispondenti alle simmetriche situazioni di disaccordo implica che la soluzione migliore per ciascuno sia comportarsi in modo opposto al concorrente. Ovviamente in un gioco simultaneo ciò porta a uno stallo: nessuno è in grado di scegliere a priori il proprio comportamento. La Teoria dei giochi porta in questo caso ad un caso di non giocabilità.

Diverso è il caso in cui si giochi sequenzialmente: in questo caso il primo a giocare sceglierà sicuramente di essere falco, e l'altro dovrà adattarsi. Nelle situazioni reali ciò sottolinea l'importanza del tempismo nel giocare le proprie strategie ed evidenzia il fatto che le soluzioni della Teoria valgono in ambiti ben determinati e ristretti, implicando la necessità di studiare caso per caso le varie situazioni senza fare generalizzazioni fuorvianti.

Questo gioco rappresenta un chiaro esempio dell'applicazione della teoria dei giochi all'economia, cioè al campo per la quale è stata creata in un primo tempo. Di applicazioni simili ne esistono moltissime, che considerano situazioni diverse, sia dal punto di vista della situazione iniziale (in questo caso un mercato non ancora in possesso di nessuno), sia del numero di giocatori e dei loro interessi individuali, sia dell'ambiente esterno in cui il gioco ha luogo.

5.6. Altri giochi

Le situazioni fino ad ora considerate costituiscono solo una minuscola parte del panorama contemplato dall'intera Teoria che è tuttora in continua evoluzione: esistono centinaia di giochi che mettono in campo le più svariate ipotesi di razionalità e la cui risoluzione tiene conto di tutti gli aspetti, i teoremi e le considerazioni fin qui accennate, introducendone altre e perfezionandone alcune. I giochi citati fino ad ora hanno a mio parere una particolare rilevanza per la comprensione dei meccanismi alla base della risoluzione delle situazioni e della loro analisi. Qui di seguito mi

pare interessante riportarne brevemente alcuni altri di interesse minore o trattati in seguito, ma pur sempre rilevanti:

- **Deterrenza economica:** entrata in un mercato monopolistico dominato da un'azienda A da parte di un nuovo concorrente B (*vedi Capitalismo, monopolismo e crisi economiche [6.1]*);
- **Deterrenza militare:** superiorità militare di uno stato A su uno stato B, che però è in grado di reagire ad un'aggressione con una guerra di distruzione totale (*vedi Guerra Fredda [6.2]*);
- **Contrattazione:** due giocatori riceveranno una certa cifra solo se saranno in grado di decidere come spartirsela;
- **Prendere o rilanciare:** un esempio di gioco la cui conclusione razionale è che sia meglio non giocare; due giocatori possono decidere a turno se tenere una cifra o rilanciare, ad ogni rilancio la cifra raddoppia, ma il primo a prendere avrà la cifra intera, l'altro prenderà solo la metà. Un tetto massimo è fissato a 100; nel caso in cui esso venga raggiunto l'ultimo giocatore potrà scegliere se tenere 100 (e l'altro riceverà 50) o limitarsi a 99, consentendo però per regola all'altro di ricevere a sua volta 99.
- **Dilemma del ciclista:** interesse individuale contro una coordinazione efficiente; due ciclisti in fuga devono decidere se alternarsi in testa sfruttando così al massimo le loro possibilità, o lasciare l'altro davanti sfruttandone la scia e facendo così uno sforzo minore;
- **Carta-forbice-sasso:** il celebre passatempo per bambini costituisce in realtà un esempio di antagonismo puro in cui l'unica soluzione può essere data da un'equilibrio di Nash in strategie miste, poiché nessuna strategia rappresenta in realtà un guadagno rispetto ad un'altra tranne che in ambito probabilistico;
- **Il giudizio di Re Salomone:** il celebre passo biblico in cui due madri si contendono un bambino, essendo una sola la vera madre; Salomone tramite un inganno scopre razionalmente la vera madre. La teoria dei giochi dimostra però che l'unico comportamento effettivamente razionale per le due contendenti è quello mostrato dalla conclusione della vicenda biblica, in cui l'aggressore aggredisca (accetta che il bambino venga ucciso) e l'aggredito si faccia da parte (si ritira dal conflitto). Sarà poi la logica di chi giudica dall'esterno a decidere secondo giustizia.
- **La corsa del coniglio:** derivante da una scena cinematografica di *Gioventù bruciata* in cui due giovani si sfidano a dirigere le loro auto a tutta velocità una contro l'altra per vedere chi sarà il primo a mostrarsi un fufone. Questa situazione fu modificata in seguito da Bertrand Russell per mostrare il comportamento di Russia e Stati Uniti durante la guerra fredda (*vedi Guerra Fredda [6.2]*); questo gioco mostra la situazione in cui ogni giocatore cerca di essere forte coi deboli e debole coi forti, ottenendo nel primo caso il massimo guadagno, nel secondo la minor perdita, ipotizzando di non poter cambiare il carattere dell'avversario.

6. Applicazioni reali

6.1. Capitalismo, monopolismo e crisi economiche

La teoria dei giochi ha trovato la sua prima applicazione nel campo economico e tuttora questo campo resta quello in cui trova un'applicazione più consistente; il lavoro di J. von Neumann e Oskar Morgenstern, i fondatori della teoria, ha infatti per titolo "The Theory of Games and Economic Behavior" (Teoria dei giochi e comportamento economico) e nella trattazione questo punto di vista è dominante.

Queste applicazioni della teoria prevedono un sistema di libero scambio capitalistico nel mercato, poiché sono state sviluppate nell'ambiente statunitense del secondo dopoguerra; in altri ambiti la loro applicazione è possibile ma fornirebbe ovviamente risultati diversi da quelli qui di seguito trattati.

Un primo problema affrontato seguendo la metodologia dei giochi è l'ingresso in un mercato monopolistico dominato da una grossa azienda da parte di un'altra società; quest'ultima deve scegliere se entrare o meno nel mercato dell'altra, mentre la prima deve decidere se reagire all'ingresso del concorrente lasciando i prezzi invariati (ottenendo profitti minori dei precedenti,

poiché li deve ora dividere) o ribassando fortemente i prezzi (costringendo l'altra società a fare lo stesso per restare competitiva, e causando una netta perdita per entrambe). Dallo studio del gioco si ricava che in un caso del genere la società monopolistica in ogni caso avrà interesse a lasciare i prezzi invariati, e in tal caso l'altra preferirà entrare nel mercato piuttosto che non fare nulla.

Una variante di tale problema è costituita da un'applicazione pratica del gioco "*Falchi e colombe*" [5.5]: in questo caso due concorrenti devono spartirsi il mercato (nel gioco si trattava del territorio) e devono scegliere tra un comportamento difensivo (mantenere i prezzi invariati) o aggressivo (abbassare i prezzi). I risultati di tali comportamenti sono già stati precedentemente trattati. In queste due situazioni considerando i casi reali è però fondamentale tener conto anche della credibilità di eventuali minacce dell'avversario (ad esempio di abbassare i prezzi in ogni caso, mandando così in perdita la società nascente, scelta che un monopolista con solide basi potrebbe fare senza troppe perdite); inoltre valori diversi dei payoff dovuti a situazioni ambientali o intrinseche del mercato conducono a soluzioni diverse, rendendo necessario uno studio caso per caso.

La teoria è dunque in grado di giustificare matematicamente comportamenti economici di piccola o grande portata inseriti nel capitalismo, come anche il vantaggio o meno di trovarsi in condizioni di monopolio, permette di calcolare prezzi e quantità di merce ottimali per il profitto e di fare altre considerazioni simili di carattere prettamente utilitaristico. Per quanto riguarda le crisi economiche esse sono frutto di giochi in cui gli equilibri di Nash non corrispondono ad Ottimi di Pareto, cioè quei casi in cui nessuno ha interesse a modificare la propria strategia, ma tale combinazione non permette lo sfruttamento di tutte le risorse, causando uno spreco e una perdita per tutti.

Considerati tutti gli aspetti, queste considerazioni sono state applicate in casi pratici anche molto recenti; un esempio è la vendita delle licenze per le telecomunicazioni negli USA che dopo anni di politiche di scarso successo, in seguito ad uno studio secondo i principi della Teoria dei Giochi, ha fruttato al governo 10 miliardi di dollari, poiché è stata in grado di trovare la soluzione razionale di maggior interesse per tutte le società, senza sprechi.

Un'altra applicazione possibile riguarda il pagamento del biglietto sui mezzi pubblici: in tale caso la teoria mostra quali sono i payoff (ad esempio le multe in relazione al prezzo originale del biglietto) di un gioco i cui partecipanti sono viaggiatori con un biglietto valido, viaggiatori senza biglietto e l'azienda dei trasporti. Tale gioco mostra che se l'azienda fa le scelte giuste, l'unico comportamento razionale a lungo termine è viaggiare col biglietto; il fatto che ciò non accada è imputabile a una strategia dell'azienda inefficace o al fatto che la gente non sia in grado di studiare matematicamente la propria funzione di utilità.

Negli anni '80 inoltre un abile affarista aveva trovato un metodo infallibile per comprare aziende a poco prezzo: sfruttando la razionalità degli altri azionisti acquistava azioni a prezzo più alto del valore (cosicché gli altri avessero interesse a vendere) e superato il 50%, comprava ad un prezzo estremamente più basso (gli azionisti rimasti così in minoranza hanno comunque interesse a vendere, poiché rischiano decisioni controproducenti nell'azienda a cui non possono porre veto) recuperando la perdita e ottenendo anche un forte guadagno.

Inoltre una conferma economica che la cooperazione è più redditizia del conflitto, come mostrato dal gioco dei falchi, viene da accordi stipulati nel giugno 2006 tra Microsoft e Yahoo! riguardo i propri protocolli, che hanno fruttato a entrambe le compagnie parecchi miliardi di dollari.

6.2. Guerra fredda

La nascita della Teoria in un periodo, quello del secondo dopoguerra, può essere giustificato dal suo profondo legame, oltre che con contenuti di tipo economico, anche con le strategie di tipo militare e politico. In quel periodo infatti i profondi contrasti tra i due modelli di società, quella americana e quella sovietica, avevano condotto alla cosiddetta "guerra fredda"; pur senza mai giungere ad uno scontro diretto sul piano militare le due potenze hanno sempre cercato di prevaricare l'avversario sul piano degli armamenti, su quello dell'economia, su quello del prestigio culturale e del progresso tecnologico, come in ogni altro campo della società. In tale quadro lo

scontro è all'ordine del giorno, perciò vi si inserisce perfettamente una Teoria come quella dei Giochi, che studia proprio i modelli di conflitto.

La sua prima applicazione reale in questo campo ha riguardato i movimenti di truppe. La questione era legata alla convenienza o meno di far seguire un certo percorso ad un convoglio militare o meno, sottoponendolo a rischi di attacchi o a perdite di tempo prezioso. La Teoria, tramite la trasformazione di tale problematica in un gioco il cui payoff è la salvezza o meno del convoglio, è stata in grado di stabilire quali fossero i percorsi migliori e i momenti migliori in cui utilizzarli.

Un secondo tipo di applicazione, meno prettamente militare, riguarda il tema della deterrenza, molto sentito durante la "guerra fredda", approfonditamente trattato da Thomas C. Schelling, economista ed esperto di teoria di giochi, nel suo libro *"La strategia del conflitto"* (1960). Scrivendo di questo fenomeno afferma che esso *"non concerne l'applicazione efficiente della forza, ma l'utilizzo di una forza potenziale. Si riferisce non tanto a nemici che si detestano vicendevolmente, ma piuttosto a partner che non si fidano l'uno dell'altro o sono in reciproco disaccordo. Riguarda non tanto la suddivisione di vantaggi o perdite tra due partecipanti, quanto la possibilità che certi risultati, piuttosto che altri, siano peggiori o migliori per entrambi."* Sostanzialmente esso riguarda uno scontro sul piano psicologico più che fisico; studia quanta paura si riesce ad incutere nell'avversario e quanta ce ne incute egli stesso, quanto ci si fida di lui, quanto sembra esserci inferiore o superiore: in base a tali considerazioni si compiono le proprie scelte. Schelling è stato un ispiratore riconosciuto della politica estera americana negli anni Sessanta: un'intera generazione di giovani funzionari dell'era kennediana sono cresciuti ai seminari di Schelling: McGeorge Bundy, consigliere alla sicurezza nazionale di Kennedy e Lyndon Johnson, il suo vice Wait Rostow, John McNaughton, assistente del segretario alla difesa Robert McNamara.

La Teoria dei giochi è stata dunque usata ripetutamente per prendere decisioni importanti anche a livello mondiale. L'esempio forse più appariscente riguarda la Crisi di Cuba. Nel 1962 l'URSS aveva fatto installare missili sull'isola puntati verso gli Stati Uniti. Nel momento in cui l'intelligence americana ha prova dell'esistenza di tali basi sovietiche a Cuba e dell'intenzione di incrementare la presenza di missili, Kennedy istituisce il blocco navale per l'isola e il 22 ottobre 1962 annuncia in un comunicato televisivo (in 102 paesi, 30 lingue): *"Non correremo prematuramente il rischio di una guerra mondiale nella quale i frutti della vittoria sarebbero cenere nella nostra bocca, però non ci tireremo indietro di fronte a questo grave rischio in qualsiasi momento sarà necessario affrontarlo"*. In seguito ad un'analoga risposta poche ore dopo da parte di Kruscev, si instaura un braccio di ferro che rischia di condurre alla guerra nucleare.

In tale situazione gli strateghi militari di entrambe le nazioni applicarono le conoscenze della Teoria dei Giochi e valutarono attentamente probabilità e conseguenze di ogni azione. Fortunatamente entrambe valutarono che le probabilità di guadagno non erano sufficienti per rendere appetibile un conflitto fisico, ma probabilmente sarebbe bastata una percentuale non di molto più alta per scatenare il terzo conflitto mondiale.

Due giochi sono inoltre legati a queste applicazioni. Il primo è stato ripreso da Stanley Kubrick nel film *"Il dottor Stranamore"*: l'URSS ha costruito una bomba nucleare in grado di distruggere gli USA e che viene lanciata in modo automatico in seguito a un attacco qualsiasi contro il territorio sovietico; l'esistenza di tale ordigno viene però mantenuta segreta. Contemporaneamente negli USA dei generali devono decidere se lanciare o meno un attacco contro l'URSS, in base al principio che sia meglio fare la prima mossa; l'eventuale risposta nucleare all'attacco danneggerebbe entrambi anche se non totalmente, poiché essi non sono a conoscenza della nuova bomba, e dunque essi contano sul fatto che per non danneggiare anche se stessi gli URSS non scatenino la guerra nucleare. Questa condizione paradossale, rappresentata nel film, conduce ad un gioco, in cui gli USA devono scegliere se attaccare, dall'altro lato l'URSS deve scegliere se rivelare o no l'esistenza dell'ordigno; dal punto di vista statunitense però l'URSS deve invece scegliere se reagire o trattare, scelta che in realtà essa non è libera di compiere. La soluzione ottimale sarebbe rappresentata da un attacco USA, poiché coi dati a loro disposizione, l'unica risposta per l'URSS sarebbe trattare senza contrattaccare. Il fatto che la risposta URSS sia automatica conduce però infallibilmente alla

distruzione. Ciò mette in luce come l'informazione sia indispensabile per una giusta visione del problema, e di conseguenza l'importanza fondamentale dello spionaggio in questo periodo.

Il secondo gioco riguarda la deterrenza militare in senso stretto: è vantaggioso installare missili per primi contro l'avversario o reagire all'installazione di missili da parte di quest'ultimo? Avere i missili senza che l'altro li abbia porta il guadagno massimo, non essere armati entrambi lascia le cose invariate, avere entrambi i missili porta ad una perdita minima (non si può sopraffare l'avversario, e si ha una perdita in denaro e opinione pubblica), essere disarmati di fronte ai missili nemici conduce alla perdita massima. Se questo gioco venisse giocato una volta sola simultaneamente (avere i missili corrisponde ad attaccare), l'unico equilibrio è dato dall'attacco di entrambi: l'interesse è sempre nel cercare di essere armati. La situazione cambia se il gioco viene ripetuto un numero indefinito od finito di volte. Nel primo caso l'interesse comune sarà l'accordo per disarmare entrambi (è un Ottimo di Pareto, cioè il meglio per il "gruppo"), e in caso di violazione dell'accordo la strategia tit-for-tat (colpo su colpo). Infatti la consapevolezza di una rappresaglia nel successivo turno da parte dell'avversario induce tutti a non rompere la collaborazione. Diverso è il caso in cui si sappia che il gioco viene ripetuto t volte, cioè che oltre un certo limite temporale non potranno esserci ritorsioni da parte dell'altro (ad esempio in caso di ultimatum). Nella giocata t infatti entrambi i giocatori avranno interesse a rompere l'accordo, poiché non l'altro non avrà modo di reagire successivamente. La certezza di non cooperare in t conduce però alla conclusione che potrebbe essere utile essere il primo a non cooperare, dunque a rompere gli accordi in $t-1$. Poiché entrambi ragionano razionalmente, giungono alla stessa conclusione. Questo ragionamento per induzione a ritroso può essere ripetuto per ogni giocata, portando alla conclusione che è meglio non collaborare fin dall'inizio, conducendo allo stesso equilibrio del gioco singolo, da cui nessuno ha interesse a spostarsi sia singolarmente (verrebbe distrutto) sia in gruppo (l'induzione precedente ha dimostrato che non è conveniente, prima o poi si verrà traditi perdendo tutto).

Tali considerazioni strategiche sono poi state applicate nella realtà, con valutazioni diverse a seconda dei casi.

6.3. *Virus truffatori*

Di più recente studio è l'applicazione della teoria dei giochi alle strategie evolutive. In tale campo lo studio è molto attivo e ha raggiunto risultati già notevoli, per quanto incompleti.

Uno studio particolarmente interessante ha per esempio dimostrato che biologicamente l'inganno è una strategia vincente a livello evolutivo. Tale studio è stato effettuato su colonie di virus tra i quali alcuni individui erano in grado di riprodursi utilizzando le proteine sintetizzate da altri individui per proprio uso, cioè di rubare il materiale prodotto da altri senza fornire nulla in cambio. Una forma di parassitismo.

L'evoluzione di tale sistema può essere rappresentato come gioco in cui entrambi i giocatori devono scegliere se essere produttori o sfruttatori, e la ricompensa è la possibilità di riprodursi. Si è nella situazione reale quando tali strategie sono in realtà legate alla probabilità di ciascuno di avere il DNA da truffatore o da produttore, cioè la soluzione del gioco è da ricercare negli equilibri misti.

La conclusione a cui sono giunti i ricercatori è che per quanto sia collettivamente irrazionale, l'inganno è la strategia dominante e in breve i "bari" prendono il sopravvento sulla popolazione. Tale condizione non può però durare a lungo, poiché i produttori rimasti non sono in grado di sintetizzare per tutti, cosicché una parte dei "bari" non si riproduce. Il numero dei produttori sale così nuovamente rispetto al totale, finché non si torna nelle proporzioni iniziali.

Si è così dimostrato che è necessario un equilibrio: la presenza dell'imbroglio nella società è inevitabile poiché è l'unica strategia dominante, ma la sua esclusiva applicazione porterebbe alla distruzione stessa della società. L'unico modo per spostare tale equilibrio è cambiare le regole del gioco, cioè introdurre punizioni diverse per la non cooperazione.

In un certo qual senso queste considerazioni vanno contro il concetto darwiniano di selezione naturale, poiché non è l'individuo più adatto all'ambiente che si riproduce aumentando la capacità media di sopravvivenza della specie, ma quello più furbo che nel presente è in grado di sfruttare

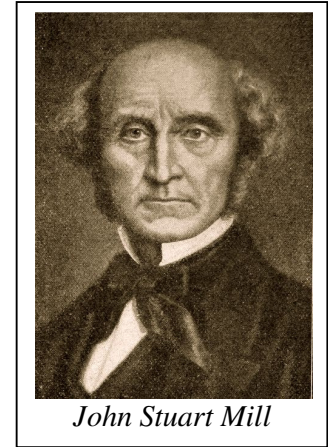
meglio le risorse, ma che sul lungo termine riduce notevolmente la capacità riproduttiva della specie. Al punto che per assicurare la sopravvivenza tale tipo di individuo dovrà ridursi di numero, pur essendo il più forte.

7. I giochi nella filosofia e nella letteratura

Tutto il precedente discorso ha i suoi fondamenti nell'applicazione di un metodo matematico alla risoluzione dei conflitti e alla ricerca del massimo interesse; tali problematiche però non sono nate con la Teoria dei Giochi, ma erano già state affrontate in precedenza sia nella letteratura che nella filosofia. Tali riflessioni avevano condotto a diversi punti di vista su un argomento molto importante: è conveniente per l'uomo la cooperazione o è meglio ricercare il proprio interesse di singolo? Molti giochi traggono origine inoltre da testi e riflessioni di varia natura, come è ben esemplificato nei giochi precedentemente citati.

7.1. Utilitarismo: John Stuart Mill

Nel 1800 in Inghilterra è presente un gruppo di studiosi che seguendo una convinzione tipicamente illuminista cercano di trasferire anche nelle scienze umane lo spirito di ricerca e il rigore metodologico tipico delle scienze matematico-naturalistiche. La loro concezione di fondo è l'utilitarismo che ebbe come esponente principale Jeremy Bentham (1748-1832); questo modo di concepire sia la società che l'etica individuale, chiarito in seguito, viene poi ripreso successivamente da un filosofo positivista: John Stuart Mill (1806-1873).



Nato a Londra inizia fin da giovanissimo a collaborare con la Westminster Review. Nel 1823 entra nella Compagnia delle Indie dove fa una rapida carriera e decide di dedicarsi al giornalismo, sostenendo una politica di riforme. Nel 1826 avvia una revisione critica dell'Utilitarismo di Bentham. Continua nel frattempo a dedicarsi alla politica, schierandosi apertamente coi liberal-democratici e lottando per l'allargamento del suffragio, per le riforme sociali e per l'emancipazione della donna. Viene inoltre eletto deputato. Muore ad Avignone.

Tra le sue opere sono da ricordare: *"Sistema di logica deduttiva e induttiva"* (1843), *"Principi di economia politica"* (1848), *"Sulla libertà"* (1859), *"Considerazioni sul governo rappresentativo"* (1861), *"Utilitarismo"* (1863), *"La soggezione delle donne"* (1869).

Il cardine della concezione utilitaristica si trova nell'idea che occorra sempre in ogni campo della società cercare *"la massima felicità per il massimo numero di persone"*. Criterio essenziale dell'azione morale non è dunque un principio esterno all'azione stessa, immutabile ed oggettivo, ma è la sua **utilità**, cioè la valutazione delle conseguenze dell'azione stessa in termini di felicità per l'individuo. In quest'ottica egli si contrappone a coloro che invece trovavano un fondamento intuitivo nei principi morali, secondo Mill infatti ognuno ha intuizioni diverse e spesso opposte: serve un altro principio per poter scegliere la propria condotta e tale principio viene identificato nell'utile. La felicità non viene intesa solo come un bene procurato, ma anche come un male evitato; l'azione morale viene dunque valutata in base alla sua capacità di aumentare o diminuire la felicità individuale e generale. Questo metro di valutazione per la morale è insita nell'uomo stesso, infatti Mill stesso afferma che *"desiderare qualcosa, al di fuori della misura dell'idea del piacere che ci può dare, è un'utopia fisica e metafisica"* (*Utilitarianism*, Ch. 4).

Tale concezione apparentemente edonistica differisce però dall'ottica antica di valutare i piaceri, in quanto è dichiaratamente razionalistica, legata ad una riflessione e a previsioni razionali sugli esiti delle scelte che devono essere il più possibile affidabili. La morale diventa dunque quasi una scienza esatta, un'aritmetica di piaceri e dolori.

A questa concezione classica dell'Utilitarismo, Mill aggiunge una valutazione qualitativa oltre che quantitativa. Alle critiche di coloro che affermavano che questa filosofia fosse *"solo per i porci"* in quanto l'uomo che soddisfa i propri desideri esclusivamente fisici veniva accomunato ad un animale, Mill risponde che l'Utilitarismo non fornisce solo una valutazione quantitativa dei piaceri e dei dolori, ma esistono piaceri il cui valore è superiore a quello di altri, come per esempio quelli spirituali, che sono più desiderabili e apprezzabili di altri. Egli afferma infatti che *"è assurdo che, mentre nello stimare tutte le altre cose la qualità viene presa in considerazione allo stesso modo che la quantità, la stima dei piaceri debba dipendere unicamente dalla quantità"*. In questa visione alcuni piaceri sono a tal punto desiderabili che li si insegue anche se comportano un gran numero di dispiaceri, oppure si spiegano comportamenti come l'altruismo che conducono a condotte disinteressate, poiché in tal caso si persegue la felicità generale piuttosto che la propria. Egli porta come esempio il fatto che vivere la vita di Socrate, per quanto insoddisfatto e senza aver raggiunto la felicità (vista nell'ottica utilitaristica come appagamento dei desideri), sia sempre meglio che essere un maiale soddisfatto; i piaceri di una vita e dell'altra si trovano su piani diversi ed hanno un valore diverso. Secondo Mill infatti ha maggior importanza la felicità del gruppo piuttosto che quella del singolo individuo, restando però convinto che massimizzare la felicità individuale implica necessariamente massimizzare quella collettiva.

Questa riflessione viene poi applicata dal filosofo ai grandi temi di ordine sociale ed economico, in cui egli salvaguarda sempre la libertà dell'individuo di perseguire la felicità e il liberismo nell'economia. L'umanità è infatti costretta a darsi delle regole per spartire le limitate risorse in modo da garantire la sopravvivenza degli individui e il loro livello di vita. Il principio dell'utile deve giudicare tali norme, valutando sia i piaceri che esse portano al singolo e al gruppo, sia le punizioni e i dispiaceri che sono ad essi legati. Da tale modo di vedere le leggi discende che non è lecito valutare ogni singola azione indipendentemente secondo un sistema morale diverso che a sua volta sarà poi giudicato dal principio dell'utile, poiché in tale caso non si potrebbero valutare le conseguenze a livello di gruppo. E' necessario che il sistema sia unico. Solo due sono i casi secondo Mill in cui ci si debba basare unicamente sul principio dell'utile: quando ci si trova in una situazione che non è prevista nelle regole e quando si devono cambiare le regole stesse.

Applicando il suo principio di inferenza Mill giunge inoltre alla conclusione che la valutazione dei casi a lungo termine è troppo dispendiosa e passibile di errori, in quanto la nostra società non è ancora la migliore possibile, poiché non si persegue ancora l'utile di tutti. Allora è necessario valutare l'utile su casi a breve termine già sperimentati, cioè estrapolare da casi particolari altri casi particolari che valutati opportunamente costituiscono le leggi. L'Utilitarismo per Mill non costituisce una semplice riflessione sulla morale, ma un progetto attivo di rinnovamento della società.

La Teoria dei Giochi ha in comune con questa filosofia molti punti: il concetto che ad ogni azione corrispondono piaceri e dolori a cui vanno attribuiti dei valori, la diversa considerazione dell'utile del singolo e del gruppo, ... E' possibile affermare che la Teoria dei Giochi costituisca la realizzazione sul piano della teoria matematica dei principi utilitaristici.

7.2. La cooperazione

Oltre all'Utilitarismo, è possibile citare altri casi in cui filosofi e letterati hanno espresso conclusioni concordi con la teoria dei giochi. In particolare l'aspetto che in generale è stato più sottolineato riguarda i vantaggi della cooperazione fra gli individui rispetto all'interesse individuale, come dimostrato da Nash.

Un primo esempio è già stato citato nel gioco della *Caccia al cervo* [5.3]: è la concezione della società di **Jean Jacques Rousseau**. Secondo il filosofo infatti la società umana è frutto delle temporanee alleanze resosi necessarie per attività (come la caccia) nelle quali le strategie di gruppo sono dominanti rispetto a quelle individuali. Da questa considerazione ha origine tutta la sua trattazione sul contratto sociale.

Un altro esempio di questa necessità umana di cooperare si può trovare nel “Manifesto del partito comunista” di **Karl Marx e Friedrich Engels**. In questo scritto infatti si può notare come in tutte le loro considerazioni sul proletariato gli autori non usino il singolare quando si tratta della classe rivoluzionaria: ciò che fa il singolo è importante, deve essere consapevole delle proprie facoltà, ma diventa significativo il contributo solo se unito a quello degli altri individui. E questo è confermato dalla più celebre frase di quest’opera, la conclusione “*Proletari di tutto il mondo unitevi!*”, che sottolinea la necessità di cooperare nelle scelte per portare ad una rivoluzione efficace che innalzi la società umana. Nel capitolo 1 (Borghesi e proletari) inoltre si può leggere che “*il movimento proletario è il movimento indipendente della stragrande maggioranza nell’interesse della stragrande maggioranza*”, “*la lotta è dapprima di carattere nazionale*”, affermazioni che confermano il carattere cooperativo della classe che deve cambiare il mondo: non un operaio, ma tutti gli operai. Il caso dell’azione singola viene trattato da Marx ed Engels, analizzando il caso in cui i singoli operai lottano. Ancora nel capitolo 1 si può leggere che “*in questo stadio gli operai costituiscono una massa dispersa per tutto il paese e divisa dalla concorrenza*”, “*combattono non i propri nemici, ma i nemici dei propri nemici, gli avanzi della monarchia assoluta, i borghesi non industriali, [...] Ogni vittoria così ottenuta è una vittoria della borghesia*”. Questo stato di cose cambia solo quando gli operai cooperano: “*esso si concentra in masse sempre più grandi, la sua forza cresce, ed esso ne diventa più cosciente*”, “*il vero risultato delle lotte non è tanto il successo immediato, bensì l’unione sempre più estesa degli operai*”.

Un esempio letterario si può invece trovare per esempio nella “Ginestra o fiore del deserto” di **Giacomo Leopardi**. Il poeta infatti mantiene nel corso della sua vita un profondo pessimismo individuale che viene esteso all’intero universo, dando vita alla concezione del *pessimismo cosmico*, secondo la quale tutto al mondo è sofferenza e nulla vi è che può alleviare questa condizione.

In questa sua ultima opera rilevante, però, vi è un cambiamento, una ribellione a questo stato di cose che pur restando immutabile, non implica una rassegnazione da parte dell’uomo. In particolare una parte del testo esprime la considerazione del poeta che l’umanità se si unisce può opporsi al volere della natura che porta pericoli e dolori all’uomo:

126 *E incontro a questa
Congiunta esser pensando,
Siccome è il vero, ed ordinata in pria
L'umana compagnia,
Tutti fra sé confederati estima
Gli uomini, e tutti abbraccia
Con vero amor, porgendo
Valida e pronta ed aspettando aita
Negli alterni perigli e nelle angosce
Della guerra comune. Ed alle offese
Dell'uomo armar la destra, e laccio porre
Al vicino ed inciampo,
Stolto crede così qual fora in campo
Cinto d'oste contraria, in sul più vivo
Incalzar degli assalti,
Gl'inimici obbliando, acerbe gare
Imprender con gli amici,
E sparger fuga e fulminar col brando
Infra i propri guerrieri.
Così fatti pensieri
Quando fien, come fur, palesi al volgo,
E quell'orror che primo
Contra l'empia natura
Strinse i mortali in social catena,*

*Fia ricondotto in parte
Da verace saper, l'onesto e il retto
Conversar cittadino,
E giustizia e pietade, altra radice
Avranno allor che non superbe fole,
Ove fondata probità del volgo
Così star suole in piede
Quale star può quel ch'ha in error la sede.*

Il poeta riprende infatti alcuni aspetti fondamentali. Per prima cosa la necessità dell'umanità di riunirsi ad affrontare la Natura; nella "*guerra comune*" infatti, l' "*umana compagnia*" aiuta l'uomo singolo "*negli alterni perigli e nelle angosce*". In secondo luogo afferma la stoltezza dell'uomo che in battaglia si rivolge contro ai propri alleati, dunque di colui che non coopera col prossimo. Infine sottolinea che questa consapevolezza ricondurrà l'uomo al terrore primitivo causato dall'avversità della natura, che è il fondamento stesso della collaborazione fra gli uomini.

Questi sono solo alcuni modesti esempi delle riflessioni sulla collaborazione che sono stati compiute nei secoli, e di cui la Teoria dei Giochi rappresenta solo la piccola fetta nata dall'applicazione del metodo scientifico.

BIBLIOGRAFIA

Dispense universitarie e resoconti di lezioni:

- [1] *“Elementi di teoria dei giochi”*, Stefano Vannucci, aprile 2002
- [2] *“Un eponimo ricorrente: Nash e la teoria dei giochi”*, Marco Li Calzi, redatto per l’Assemblea UMI del 18 maggio 2002
- [3] *“Elementi di teoria dei giochi”*, Vincenzo Suriani, presentazione per lezione a Firenze del 2 maggio 2006
- [4] *“Teoria dei giochi: storia e metodologia”*, Luca Lambertini, 2000
- [5] *“Giochi pericolosi”*, Piergiorgio Odifreddi, agosto 1995

Volumi:

- [6] *“The Theory of Games and Economic Behavior”*, John von Neumann, Oskar Morgenstern, 1944
- [7] *“La strategia del conflitto”*, Thomas C. Schelling, 1960
- [8] *“I sentieri della ragione volume 3A”*, M. De Bartolomeo, V. Magni, ed. ATLAS
- [9] *“Utilitarianism”*, John Stuart Mill, 1863
- [10] *“Manifesto del partito comunista”*, K. Marx, F. Engels, ed. La Ginestra
- [11] *“Il sistema letterario 2000. Testi 5”*, S. Guglielmino, H. Grosser, ed. Principato

Articoli:

- [12] *“Microsoft e Yahoo! insieme per i messaggi via internet”*, Alessio Balbi, La Repubblica, 12 ottobre 2002
- [13] *“La strategia del conflitto. Intervista a Thomas Schelling”*, Roberto Festa, La Repubblica, 27 marzo 2006
- [14] *“Virus truffatori e teoria dei giochi”*, Paul E. Turner, Le Scienze, gennaio 2006

Siti internet:

- [12] voce “Game Theory” della Stanford Encyclopedia of Philosophy, 10 marzo 2006, sul sito <http://plato.stanford.edu/entries/game-theory/#Neu47>
- [13] voce “John Stuart Mill” della Stanford Encyclopedia of Philosophy, 27 luglio 2006, sul sito <http://plato.stanford.edu/entries/mill/#MorUti>
- [14] *“Viaggiare senza biglietto per gioco”*, Christian Gattiker, dal sito emagazine.credit-suisse.com

INDICE

1.	Introduzione generale e cenni storici.....	2
2.	Elementi fondamentali di Teoria dei Giochi.....	3
2.1.	Definizioni	3
2.2.	Classificazione dei giochi	4
2.3.	Rappresentazione dei giochi	5
3.	I postulati della Teoria.....	5
3.1.	Postulato di razionalità.....	6
3.2.	Postulati di simmetria ed invarianza.....	6
3.3.	Postulato di Zermelo.....	6
4.	I teoremi fondamentali	6
4.1.	Teorema del minimax	6
4.2.	Ottimo parietano.....	7
4.3.	Teorema di Nash	7
5.	Esempi di giochi.....	8
5.1.	Dilemma del prigioniero.....	8
5.2.	Corteggiamento	9
5.3.	Caccia al cervo	10
5.4.	Rivelazioni	11
5.5.	Falchi e colombe	13
5.6.	Altri giochi	13
6.	Applicazioni reali.....	14
6.1.	Capitalismo, monopolismo e crisi economiche	14
6.2.	Guerra fredda.....	15
6.3.	Virus truffatori.....	17
7.	I giochi nella filosofia e nella letteratura	18
7.1.	Utilitarismo: John Stuart Mill	18
7.2.	La cooperazione	19